Mittelwert, Median, Standardabweichung: Übungsblatt

Zum Lernvideo „Mittelwert, Median, Standardabweichung einfach erklärt“. Die Mieten und alle Aufgabenzahlen sind erfunden. Seite 1: Merkzettel, Seiten 2 und 3: Aufgaben, Seite 4: Lösungen.

Name: _____ Datum: _____

Mittelwert und Median an der Wippe



Fünf Mieten: 280, 340, 350, 360 und 2170 Euro. **Mittelwert** = Summe ÷ Anzahl = 3500 ÷ 5 = 700 Euro: Hier balanciert das Brett, die Abstände links und rechts ergeben je 1470 Euro. **Median** = Mitte der sortierten Liste = 350 Euro. Keine der fünf Personen zahlt 700 Euro.

Die Standardabweichung in vier Schritten

Schritt	Beispiel: 280, 340, 350, 360, 420 (Mittelwert 350)
1. Abweichungen vom Mittelwert	−70, −10, 0, +10, +70 (Summe immer 0)
2. Quadrieren und addieren	4900 + 100 + 0 + 100 + 4900 = 10.000 Euro²
3. Teilen: Varianz	Stichprobe: durch n − 1 = 4, also s^2 = 2500 Euro² · Vollständig erfasste Gruppe: durch n = 5, also σ^2 = 2000 Euro²
4. Wurzel: Standardabweichung	s = 50 Euro · σ ≈ 44,72 Euro

Was nimmst du wann?

Daten	Lage	Streuung
Ungefähr symmetrisch, ohne Ausreißer	**Mittelwert**	**Standardabweichung**
Schief oder mit Ausreißern	**Median**	**Quartilsabstand** (Breite der mittleren Hälfte)

Drei Fallen: Nicht sortiert: Die Zahl in der Mitte der unsortierten Liste ist nur zufällig der Median. Falscher Teiler: Beim Schluss von einer Stichprobe auf die Grundgesamtheit teilst du durch n − 1. Wurzel vergessen: Die Varianz hat die Einheit Euro², die Standardabweichung Euro.

Rund 68 % der Werte liegen innerhalb einer Standardabweichung um den Mittelwert, aber nur bei annähernd normalverteilten Daten. **Software:** Excel STABW.S (n − 1), STABW.N (n); NumPy `numpy.std` standardmäßig n (`ddof=0`); pandas `Series.std` standardmäßig n − 1 (`ddof=1`).

Aufgaben A bis C: rechnen

Runde auf zwei Nachkommastellen. Mehr Aufgaben mit Sofort-Korrektur gibt es auf der Übungsseite zum Video.

A. Klausurpunkte

Fünf Personen erreichen diese Punkte: 52, 38, 71, 45, 64.

Sortierte Liste	
Summe	
Mittelwert	
Median	
Mitte der unsortierten Liste (nur zum Vergleich)	

B. Monatsmieten mit Ausreißer und gerader Anzahl

Sechs Mieten in Euro: 410, 330, 380, 1.900, 350, 390.

Sortierte Liste	
Mittelwert	
Median (zwei mittlere Werte)	
Mittelwert ohne die 1.900	
Median ohne die 1.900	

Welcher Wert beschreibt die typische Miete besser? Begründe in einem Satz.

C. Standardabweichung Schritt für Schritt

Eine Stichprobe von fünf Pendelzeiten in Minuten: 48, 40, 56, 44, 62.

Wert	Abweichung vom Mittelwert	Quadrat
48		
40		
56		
44		
62		
Summe		

Mittelwert	
Varianz s^2 (durch n − 1)	
Standardabweichung s	
Wenn es alle Personen eines Teams wären: σ	

Aufgaben D bis F: verstehen

D. Fehler finden

Ein Lösungszettel zu den Werten 12, 40, 33, 25, 20. Finde und korrigiere die Fehler.

Behauptung	Richtig oder falsch? Korrektur:
„Der Median ist 33, das ist ja die mittlere Zahl.“	
„Die Summe der Abweichungen vom Mittelwert ist 478.“	
„Die Varianz der Stichprobe ist 478 ÷ 5 = 95,6.“	
„Die Standardabweichung der Stichprobe ist 119,5.“	
„Die Standardabweichung ist der Durchschnitt der Abstände, also 8,4.“	

E. Richtig oder falsch?

Aussage	richtig	falsch
Die Summe der Abweichungen vom Mittelwert ist immer null.	☐	☐
Bei fünf Werten gilt: Wird der größte Wert noch größer, ändert sich der Median nicht.	☐	☐
Bei fester Einheit ist der Zahlenwert der Standardabweichung nie größer als der Zahlenwert der Varianz.	☐	☐
Rund 68 % aller Werte liegen immer innerhalb einer Standardabweichung um den Mittelwert.	☐	☐
Die Varianz hat die quadrierte Einheit der Daten.	☐	☐
Ein Ausreißer kann auch die Standardabweichung stark vergrößern.	☐	☐
NumPy und pandas rechnen in der Voreinstellung mit demselben Teiler.	☐	☐

F. Welcher Teiler, welche Kennzahl?

Fall	n oder n − 1? Mittelwert oder Median?
Du befragst 40 Studierende und willst auf alle Studierenden der Hochschule schließen. Die Antworten sind ungefähr symmetrisch, ohne auffällige Ausreißer.	
Du hast die Noten aller 24 Personen deines Kurses und willst nur diesen Kurs beschreiben.	
Du hast eine Zufallsstichprobe der Einkommen in einem Ort, in dem wenige Personen sehr viel verdienen, und willst die typische Höhe und die Streuung beschreiben.	

Lösungen

Alle Zahlen stammen aus demselben Rechenkern wie die interaktive Übungsseite und sind mit einer Rechenkontrolle geprüft.

A. Sortiert: 38, 45, 52, 64, 71. Summe 270. Mittelwert 54. Median 52. Mitte der unsortierten Liste: 71, das ist nicht der Median.

B. Sortiert: 330, 350, 380, 390, 410, 1.900. Mittelwert 626,67 Euro. Median (380 + 390) ÷ 2 = 385 Euro. Ohne die 1.900: Mittelwert 372 Euro, Median 380 Euro. Der Median beschreibt die typische Miete besser, weil ein einzelner sehr großer Wert den Mittelwert stark nach oben zieht, den Median aber kaum bewegt.

C. Mittelwert 50. Abweichungen: −2, −10, +6, −6, +12 (Summe 0). Quadrate: 4, 100, 36, 36, 144 (Summe 320). $s^2 = 320 \div 4 = 80$. s = 8,94 Minuten. Bei einem ganzen Team: $\sigma^2 = 320 \div 5 = 64$, σ = 8 Minuten.

D. Mittelwert 26, sortiert: 12, 20, 25, 33, 40. (1) Falsch: 33 steht nur in der Mitte der unsortierten Liste. Erst sortieren, der Median ist 25. (2) Falsch: Die Summe der Abweichungen ist 0, 478 ist die Summe ihrer Quadrate. (3) Falsch: Bei einer Stichprobe teilst du durch n − 1 = 4, also 119,5. (4) Falsch: Das ist die Varianz, die Standardabweichung ist die Wurzel daraus: 10,93. (5) Falsch: 8,4 ist der Durchschnitt der Abstände, die Standardabweichung entsteht über die Quadrate.

E. 1 richtig. 2 richtig. 3 falsch (bei einem Varianz-Zahlenwert zwischen 0 und 1 ist die Wurzel größer, zum Beispiel √0,25 = 0,5). 4 falsch (nur bei annähernd normalverteilten Daten). 5 richtig. 6 richtig. 7 falsch (NumPy n, pandas n − 1).

F. Fall 1: n − 1, Mittelwert und s. Fall 2: Teiler n, denn alle Personen sind erfasst und nur diese Gruppe soll beschrieben werden. Bei Noten als Rangdaten ist der Median sachgerecht, der Mittelwert ist in der Praxis ebenfalls üblich: Beide begründeten Antworten gelten. Fall 3: Median und Quartilsabstand, weil die Daten schief sind. Der Teiler n oder n − 1 spielt dafür keine Rolle.